人生いろいろ，spin波もいろいろ

Folkert Müller-Hoissen* ・戸田 晃一† （工学部 教養教育）
・ 植田 浩明（工学部 教養教育）

spin $\frac{1}{2}$ の強磁性と反強磁性のそれぞれの magnon について報告する．

キーワード：*magnon*，*spin*波，可積分系，*rogue*波

1. はじめに

著者の一人（KT）は，一月中旬にゲッティンゲンでの共同研究後にドイツ国鉄が誇る特急 ICE でベルリン中央駅（Hauptbahnhof）に向かった．特急 ICE がベルリン南（Süd）駅を過ぎた辺りで緊急放送があった．中央駅構内にて火災 [1] が発生したので，中央駅は通過して，東（Ost）駅に向かうとのこと．東駅と聞いて，急に 1998 年 5 月のことを思いだした．博士課程の一年生であった私は，ポーランドのトルンという町で開催される国際会議に参加するために，初めての欧州となるベルリン・テーゲル空港に一人で到着した．その翌日にベルリン東駅から国際列車に乗ることになっていたので，東駅前でホテルを探した．想定より安い値段のホテル（というか安宿）が見つかり，意気揚々とベルリン市内を少しだけ観光するために出かけた．当時はまだ市内にベルリンの壁が一部あり，ベルリン動物園（Zoologischer Garten）駅が市内で一番大きな駅であった．動物園駅は大きなターミナル駅といった風貌ではあったが，昼間でも駅の外には麻薬中毒者やホームレスが多かった。一方，東駅はコンクリートがむき出しの四角い小さな駅で，今から思うと，東欧の典型的な駅の風貌であった．街中は完全に旧西ドイツ側と旧東ドイツ側で雰囲気が異なり，飲食物などの物価も違った。

あれから 18 年半が経ち，新築された中央駅がベルリンのみならず欧州でも最大級のターミナル駅となり，現在では旧東ドイツ側の再開発が進み，多くの近代的なビルが建ち，(いろいろと言われているが) ドイツ経済の強さの一端を見ることができる．ベルリンにはこれまでにも何度か滞在する機会があり，その度毎に街の変化に驚いてきた．今回予定外ではあるが最初の渡欧以来となる東駅にも降り立ち，やはりその変貌に驚いた．当時の三倍以上の大きさとなっていて，全く別の駅である．駅周辺の再開発も進み区画整理もされ，18 年前に泊まった安宿の場所はその特定すらできなかった．ただ，その場所にいる人の雰囲気はどこか 18 年前と通じるものがあり，構内の隅にはホームレスがいて，イスに座って遠くを見つめているご老人の眼などは当時となにも変わっていないように感じた．

ただ新しい建物や見栄えの良さを取り繕っても，人が育たなければ，その変化についていくことができない．これはどこの場所でも，いや場所だけではなく，組織などにも通じることだと思う．変化を好む風潮ではあるが，その基となる人や環境の準備ができていないのに拙速に行うと，どこかで必ず破綻する．そのことを教えてくれているように思う．ドイツは滞在する度に何か私に教えてくれる国である．

本稿は，spin $\frac{1}{2}$ の Heisenberg の強磁性と Néel の反強磁性のそれぞれの magnon，および関連して Belavin-Polyakov soliton について報告する．

*Max-Planck 研究所 Göttingen
†慶應義塾大学自然科学研究教育センター
[1] 後で分かったのだが，移民排斥に関連した放火であった．

2. *magnon*

spin $\frac{1}{2}$ の一粒子の状態 $\boldsymbol{z}$ は，up $|\uparrow\rangle$ と down $|\downarrow\rangle$ という二つの状態により，二成分複素ベクトル場：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z} &= \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \\ &= z_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= z_1 |\uparrow\rangle + z_2 |\downarrow\rangle\end{aligned}$$

で表現できる．ただし，$|\boldsymbol{z}|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 1$ とする．そして，spin の平均値 $\langle \boldsymbol{S}_i \rangle$（$i = x, y, z$）は，

$$\langle \boldsymbol{S}_i \rangle = \frac{1}{2} \boldsymbol{z}^\dagger \sigma_i \boldsymbol{z}$$

と与えられる．ここで，

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

は，Pauli 行列 [1, 2][2] である．

強磁性体は spin とよばれる（擬似的にいうと）小さな棒磁石状のものが平行に整列したものと考えることができ，温度を上げていくと平行だった隣り合う spin の間にわずかな方向のずれ（揺らぎ）が生じる．それが結晶全体に波状に伝播し，それを spin 波とよび，この spin 波を量子化したものを magnon とよぶ [3]．この magnon は磁性体において磁気励起を担っている Bose 粒子である．

反強磁性体はゼロ磁場で Néel 構造をもち，その励起として Néel 構造からの揺らぎが spin 波として伝わる．また，その励起 spectrum は，線形 spin 波の spectrum にわずかな補正を加えることによって説明することができる [4, 5, 6]．

以下では，spin $\frac{1}{2}$ の Heisenberg の強磁性と Néel の反強磁性のそれぞれの magnon について考察する [7, 8]．

2.1 強磁性体の場合

二次元 Bravie 格子上の spin $\frac{1}{2}$ の Heisenberg の強磁性を考える．その Hamiltonian $\mathcal{H}$ は，$J < 0$ として，

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j \in \mathbb{N}} J \boldsymbol{S}_i \boldsymbol{S}_j \tag{1}$$

で与えられる．ここで，$\boldsymbol{S}_i$ の一定な基底状態からの長波長揺らぎの（連続な）平均場近似は，

$$\langle \boldsymbol{S}_{\mathbf{x}+\mathbf{e}} \rangle \approx \boldsymbol{S}(\mathbf{x}) + (\mathbf{e} \cdot \nabla)\, \boldsymbol{S}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} (\mathbf{e} \cdot \nabla)^2\, \boldsymbol{S}(\mathbf{x})$$

である．ここで，$\boldsymbol{S}(\mathbf{x})$ は（連続な）固定長を表す実ベクトル場である．このとき，連続近似すると，

$$\mathcal{H} = b_0 (J, a) \int \mathrm{d}^2 x \sum_{\ell = x, y} (\partial_\ell \boldsymbol{S}(\mathbf{x}))^2 + \text{定数項} \tag{2}$$

を得る．ただし，$b_0 (J, a)$ は格子構造で決まる spin 剛性，a は格子定数とする．適当に Berry 位相の効果を含めると，Lagrangian $\mathcal{L}$ は

$$\mathcal{L} = \sum_{i \in \mathbb{N}} \boldsymbol{z}_i^\dagger \partial_t \boldsymbol{z}_i - \mathcal{H} \tag{3}$$

と与えられる．このとき，(2) より，(3) は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\int \mathrm{d}^2 x \left\{ i \boldsymbol{z}^\dagger \partial_t \boldsymbol{z} - b_0 \left(|\partial_\ell \boldsymbol{z}|^2 - |\boldsymbol{z}^\dagger \partial_\ell \boldsymbol{z}| \right) \right\} \\ &+ \text{定数項}\end{aligned} \tag{4}$$

となるが，これは強磁性体に対する非線形 σ 模型の Lagrangian $\mathcal{L}$ の spinor 表現である．

微小揺らぎを考慮すれば，一定な基底状態からの spin 波の分散関係を求めることができる．例えば，magnon 場 $\phi_0 = \phi_0(\mathbf{x})$ を導入して，$\boldsymbol{z}$ を

$$\boldsymbol{z} = \frac{1}{\sqrt{1 + |\phi_0|^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \phi_0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

とする．このとき，$|\phi_0| \ll 1$ で，複素場 ϕ_0 が一定な spin-up 基底状態からの微小揺らぎであるとすると，

$$\boldsymbol{z} \approx \begin{pmatrix} 1 - |\phi_0|^2 / 2 \\ \phi_0 \end{pmatrix} \tag{6}$$

となる．ϕ_0 の二次のオーダーまで考慮すると，(4) は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = &\int \mathrm{d}^2 x \left\{ \frac{i}{2} \left(\phi_0^* \partial_t \phi_0 - \phi_0 \partial_t \phi_0^* \right) - b_0 |\partial_\ell \phi_0|^2 \right\} \\ &+ \text{定数項}\end{aligned}$$

と還元される．そして，分散関係は

$$\omega = D k^2$$

である．このことより，ϕ_0 の Gauss 近似が，長波長近似における線形 spin 波理論の経路積分形式であることがわかる．

---

[2] **補足 1** を参照してほしい．

2.2 反強磁性体の場合

Néel の反磁性における非線形 σ 模型の Lagrangian $\mathcal{L}$ は，実単位ベクトル $\boldsymbol{n}$ を用いて，

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{4g_0}\int \mathrm{d}^2x\,(\partial_\mu \boldsymbol{n})^2 \\ &= \frac{1}{4\,g_0}\int \mathrm{d}^2x\left\{\frac{1}{c^2}(\partial_t\boldsymbol{n})^2-(\partial_\ell\boldsymbol{n})^2\right\} \quad (7)\end{aligned}$$

と与えられる．ここで，関係式 [3] ：

$$(\partial_\mu\boldsymbol{n})^2 = 4\left(|\partial_\mu\boldsymbol{z}|^2-\left|\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\mu\boldsymbol{z}\right|^2\right) \quad (8)$$

を用いると，(7) の spinor 表現は

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{g_0}\int \mathrm{d}^2x\left(|\partial_\mu\boldsymbol{z}|^2-\left|\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\mu\boldsymbol{z}\right|^2\right) \\ &= \frac{1}{g_0}\int \mathrm{d}^2x\left\{\frac{1}{c^2}\left(|\partial_t\boldsymbol{z}|^2-\left|\boldsymbol{z}^\dagger\partial_t\boldsymbol{z}\right|^2\right)\right. \\ &\qquad \left.-\left(|\partial_\ell\boldsymbol{z}|^2-\left|\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\ell\boldsymbol{z}\right|^2\right)\right\} \quad (9)\end{aligned}$$

である．ここで，強磁性の場合と同様に，magnon 場 ϕ_0 を

$$\begin{aligned}\boldsymbol{z} &= \frac{1}{\sqrt{1+|\phi_0|^2}}\begin{pmatrix}1\\ \phi_0\end{pmatrix} \\ &\approx \begin{pmatrix}1-|\phi_0|^2/2\\ \phi_0\end{pmatrix}\end{aligned}$$

と導入すると，(9) は，

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &\approx \frac{1}{g_0}\int \mathrm{d}^2x\,|\partial_\mu\phi_0|^2 \\ &= \frac{1}{g_0}\int \mathrm{d}^2x\left(\frac{1}{c^2}|\partial_t\phi_0|^2-|\partial_\ell\phi_0|^2\right)\end{aligned}$$

となり，分散関係は

$$\omega = c^2k^2$$

である．

3. *Belavin-Polyakov soliton*

$U(1)$ gauge(-like) 場 $\mathcal{A}_\mu(\mathbf{x})$ を

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_\mu &= i\boldsymbol{z}^*(\partial_\mu\boldsymbol{z}) \\ &= \frac{i}{2}\left(\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\mu\boldsymbol{z}-\boldsymbol{z}\partial_\mu\boldsymbol{z}^\dagger\right)\in\mathbb{R}\end{aligned}$$

と定義し，共変微分 $\mathcal{D}_\mu$ ：

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + i\mathcal{A}_\mu$$

を導入すると，

$$(\partial_\mu\boldsymbol{n})^2 = 4\,|\mathcal{D}_\mu\boldsymbol{z}|^2$$

となる [4] ．このとき，Hamiltonian $\mathcal{H}$ は

$$\mathcal{H} = \frac{b_0(J,a)}{g_0}\int \mathrm{d}^2x\,|\mathcal{D}_\ell\boldsymbol{z}|^2 \quad (10)$$

とかける．

いま，次の二つのベクトルを

$$\boldsymbol{D}_1 = (\mathcal{D}_x\boldsymbol{z},\mathcal{D}_y\boldsymbol{z}),\quad \boldsymbol{D}_2 = (\mathcal{D}_y\boldsymbol{z},-\mathcal{D}_x\boldsymbol{z})$$

とする．このとき，Cauchy-Schwartz の不等式：

$$|\boldsymbol{D}_1\cdot\boldsymbol{D}_2| \le |\boldsymbol{D}_1|\,|\boldsymbol{D}_2|$$

つまり，

$$\epsilon_{\ell mn}\,\overline{\mathcal{D}_\ell\boldsymbol{z}}\cdot\mathcal{D}_m\boldsymbol{z} \le \overline{\mathcal{D}_\ell\boldsymbol{z}}\cdot\mathcal{D}_\ell\boldsymbol{z}$$

より，

$$\mathcal{H} \ge \frac{2\pi b_0(J,a)}{g_0}|Q_z| \quad (11)$$

となる．ここで，

$$Q_z = \frac{i}{2\pi}\int \mathrm{d}^2x\,\epsilon_{\ell mn}(\partial_\ell\boldsymbol{z}^*\cdot\partial_m\boldsymbol{z})$$

とする．不等式 (11) の等号は，二成分複素場 $\boldsymbol{z}$ が次の Bogomol'nyi-Prasad-Sommerfield(BPS) 方程式 [9]：

$$\mathcal{D}_\mu\boldsymbol{z} = \pm\epsilon_{\mu\nu}\mathcal{D}_\nu\boldsymbol{z}$$

を満たすときのみ成立する．この BPS 方程式の解を用いて，

$$\boldsymbol{w}^{(j)} = \frac{\boldsymbol{z}}{z_j}$$

という，新しいベクトル場 $\boldsymbol{w}$ を導入する．この $\boldsymbol{w}$ が，Belavin-Polyakov soliton[10] の明示式となる．

[3] **補足 2** を参照してほしい．

[4] **補足 2** を参照してほしい．

4. まとめ

本稿では，プレプリント [7, 8] に基づき，spin $\dfrac{1}{2}$ の Heisenberg の強磁性と Néel の反強磁性のそれぞれの magnon について考察した．magnon は，spin 波を量子化した準粒子の一つである．磁場を変化させた時の磁化曲線に現れる磁化 plateau は，magnon が結晶を作っている状態として理解することができる．

プラズマ物理学や光学の理論研究で現れる非線形 Schrödinger 方程式や Sine-Gordon 方程式の研究において，最近 **rogue 波**（または **freak 波**）が注目されている．特に荒天ではない状況で突然大きな振幅を持つ波が出現する現象が，船舶や海洋構造物への被害と合わせてこれまでに報告されている．この大振幅波が rogue 波である [11]．最近この rogue 波が，非線形可積分系の数理の文脈で，注目されている [12]．現在，我々は magnon の物理模型がもつ rogue 波に関する数理構造の解明を行っている [8].

補足 1： Pauli 行列

Pauli（のスピン）行列 [5] ：

$$\sigma_1=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \sigma_2=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \sigma_3=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

の互いの積は，E を単位行列として，

$$\sigma_i\sigma_j=\delta_{ij}E+i\sum_{k=1}^{3}\epsilon_{ijk}\sigma_k \qquad (i,j=1,2,3)$$

で与えられる。ここで，δ_{ij} は Kronecker の delta であり，ϵ_{ijk} は Eddington の epsilon（または Levi-Civita 記号）である．このとき，交換関係は

$$[\sigma_i,\sigma_j]\equiv\sigma_i\sigma_j-\sigma_j\sigma_i=2i\sum_{k=1}^{3}\epsilon_{ijk}\sigma_k$$

となり，反交換関係は

$$\{\sigma_i,\sigma_j\}\equiv\sigma_i\sigma_j+\sigma_j\sigma_i=2\delta_{ij}E$$

となる．また，σ_i の固有値は ±1 であり，

$$\mathrm{tr}\,\sigma_\mathrm{i}=0,\qquad \det\sigma_\mathrm{i}=-1$$

である．

更に，

$$\sigma_+\equiv\frac{1}{2}(\sigma_1+i\sigma_2)=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},$$

$$\sigma_-\equiv\frac{1}{2}(\sigma_1-i\sigma_2)=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix}$$

と定義すると，$\sigma_\pm$ と σ_3 は $sl(2)$ の生成元となっている．各々の交換子積が

$$[\sigma_3,\ \sigma_+]=2\sigma_+,\ [\sigma_+,\ \sigma_-]=\sigma_3,\ [\sigma_-,\ \sigma_3]=2\sigma_-$$

および

$$[\sigma_i,\sigma_i]=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}\qquad (i=3,\ \pm)$$

を満たすことはすぐに確かめることができる．

補足 2： 関係式 (8) の導出

$U(1)$ gauge(-like) 場 $\mathcal{A}_\mu(\mathbf{x})$ を

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_\mu &= i\boldsymbol{z}^*(\partial_\mu\boldsymbol{z})\\ &= \frac{i}{2}\left(\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\mu\boldsymbol{z}-\boldsymbol{z}\partial_\mu\boldsymbol{z}^\dagger\right)\in\mathbb{R}\end{aligned}$$

と定義する．このとき，gauge 変換：$\boldsymbol{z}\longrightarrow e^{i\chi}\boldsymbol{z}$ より，

$$\mathcal{A}_\mu\longrightarrow\mathcal{A}_\mu-\partial_\mu\chi$$

である．$\boldsymbol{n}$ は実単位ベクトルであるので，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{n} &= \boldsymbol{z}^\dagger\sigma\boldsymbol{z}\\ &= \begin{pmatrix}z_1^*z_2+z_1z_2^*\\ i\left(-z_1^*z_2+z_1z_2^*\right)\\ |z_1|^2-|z_2|^2\end{pmatrix}\end{aligned}$$

と表現できる．いま，

$$\begin{aligned}0 &= \partial_\mu|\boldsymbol{z}|^2\\ &= \boldsymbol{z}^*(\partial_\mu\boldsymbol{z})+(\partial_\mu\boldsymbol{z}^*)\boldsymbol{z}\end{aligned}$$

より，

$$\begin{aligned}(\partial_\mu n_x)^2+(\partial_\mu n_y)^2=&\,4\,|\partial_\mu z_1|^2\,|z_2|^2+4\,|\partial_\mu z_2|^2\,|z_1|^2\\ &+4z_1z_2(\partial_\mu z_1^*)(\partial_\mu z_2^*)\\ &+4z_1^*z_2^*(\partial_\mu z_1)(\partial_\mu z_2)\end{aligned}$$

[5] $\hat{\sigma}_j=-\sigma_j$ としたものを，Pauli 行列とする場合もある．

となる．一方，

$$
\begin{aligned}
(\partial_\mu n_z)^2 &= \frac{1}{2}\left\{\partial_\mu\left(2|z_1|^2-1\right)\right\}^2 \\
&\qquad +\frac{1}{2}\left\{\partial_\mu\left(1-2|z_2|^2\right)\right\}^2 \\
&= 2(z_1^*\partial_\mu z_1)^2+2(z_1\partial_\mu z_1^*)^2 \\
&\quad +2(z_2^*\partial_\mu z_2)^2+2(z_2\partial_\mu z_2^*)^2 \\
&\quad +4\left|\partial_\mu z_1\right|^2\left|z_1\right|^2+4\left|\partial_\mu z_2\right|^2\left|z_2\right|^2
\end{aligned}
$$

となる．まとめると，

$$
\begin{aligned}
(\partial_\mu \boldsymbol{n})^2 &= 4\left|\partial_\mu \boldsymbol{z}\right|^2+2\left(z_1^*\partial_\mu z_1+z_2^*\partial_\mu z_2\right)^2 \\
&\quad +2\left(z_1\partial_\mu z_1^*+z_2\partial_\mu z_2^*\right)^2 \\
&= 4\left|\partial_\mu \boldsymbol{z}\right|^2+2\left\{(\boldsymbol{z}^*\partial_\mu \boldsymbol{z})^2+(\boldsymbol{z}\partial_\mu \boldsymbol{z}^*)^2\right\} \\
&= 4\left(\left|\partial_\mu \boldsymbol{z}\right|^2-\left|\boldsymbol{z}^\dagger\partial_\mu \boldsymbol{z}\right|^2\right)
\end{aligned}
$$

を得る．

また，共変微分 $\mathcal{D}_\mu$：

$$\mathcal{D}_\mu=\partial_\mu+i\mathcal{A}_\mu,$$

を導入すると，

$$(\partial_\mu \boldsymbol{n})^2=4\left|\mathcal{D}_\mu \boldsymbol{z}\right|^2$$

となる．

謝 辞

本研究の一部は，平成 28 年度富山県立大学特別研究費（奨励研究費・萌芽的）の採択を受けて行われた．

著者の一人（KT）は，以下の三氏：

森山 信彦氏（フルハルター）
吉宗 史博氏（Pen and message.）
和田 哲哉氏（信頼文具舗）

に，いつも使い易い文具を提供してくれていることを感謝する．

最後に，研究のためとはいえ，頻繁に自宅を留守にすることをいつも寛容に認めてくれる（互いの）家族に感謝する．

参考文献

[1] 梁成吉 (1996)：
キーポイント行列と変換群, 岩波書店,
ISBN: 978-4000078689.

[2] J.J. Sakurai, J. Napolitano, 桜井明夫 (2014)：
現代の量子力学 (上) 第 2 版, 吉岡書店,
ISBN: 978-4842703640.

[3] 久保健, 田中秀数 (2008)：
磁性 I, 朝倉書店,
ISBN: 978-4254137279.

[4] 佐久間昭正 (2010)：
磁性の電子論, 共立出版,
ISBN: 978-4320034693.

[5] 深道和明 (2014)：
反強磁性体, 共立出版,
ISBN: 978-4320034709.

[6] H. T. Ueda, Y. Akagi and N. Shannon(2016)：
Quantum solitons with emergent interactions in a model of cold atoms on the triangular lattice,
Phys. Rev. A, **Vol. 93**, 021606.

[7] K. Toda and H. T. Ueda(2016)：
Fictitious magnetic field of Belavin-Polyakov soliton for magnon in ferromagnet and antiferromagnet, **プレプリント**.

[8] F. Müller-Hoissen, K. Toda and H. T. Ueda(2017)：
Belavin-Polyakov soliton for magnon in ferromagnet and antiferromagnet and rogue waves,
プレプリント.

[9] 戸田 晃一, 兪成周 (2017)：
人生いろいろ，平方完成もいろいろ
富山県立大学紀要, **第 26 巻**, pp.1-pp.8.

[10] B. Moussallam(1991)：
Quantum stabilization of the Belavin-Polyakov soliton,
Physical Review B, **Vol. 43**, pp.3325-pp.3330.

[11] C. Kharif and E. Pelinovsky(2003)：
Physical mechanisms of the rogue wave phenomenon,
Euro. J. Mech. B/Fluids, **Vol. 22**, pp.603-pp.634.

[12] O. Chvartatskyi and F. Müller-Hoissen(2016)：
NLS breathers, rogue waves, and solutions of the Lyapunov equation for Jordan blocks,
`arXiv:1609.03391`.

A brief introduction of magnons and rogue waves

Folkert MÜLLER-HOISSEN*, Kouichi TODA and Hiroaki T. UEDA †

Summary

We will briefly introduce a toy model of magnon and rogue waves as one of its solutions.

Key Words: *magnon*, *spin wave*, *Integrable systems*, *rogue wave*

*Max-Planck-Institute for Dynamics and Self-Organization, Göttingen
†Department of Liberal Arts and Sciences, Faculty of Engineering, Toyama Prefectural University